سلم تصحيح مقرر (الطبولوجيا العامة (٢))

السنة الثالثة - رياضيات

الدورة الإضافية للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦

السؤال الأول (٤٠ علامة):

أ- ١) الفضاء متراص لأن عدد مجموعاته المفتوحة منتهٍ. 5

٢) ليس فضاء هاوسدورف، لأن أي مجموعتين مفتوحتين وغير خاليتين تتقاطعان حتماً بالعنصر a على الأقل. 5

٣) جوارات النقطة c هي: $\{a,c\};\{a,b,c\};\{a,c,d\}, X$ 5

ب- ١) $A^\circ=\phi$ (4) ؛ $\bar{A}=A$ (4) ؛ $A'=\phi$ (4)

$Fr(A)=\bar{A}\setminus A^\circ=A$ (4) ؛ $Ext(A)=X\setminus\bar{A}=\{a\}$ (4)

٢) $\tau_A=\{U\cap A : U\in\tau\}$; τ_A - الطبولوجيا الجزئية 5

السؤال الثاني (٢٠ علامة):

١) الفضاء $\mathbb{R}$ معدود أول لأن كل نقطة x من نقاطه تمتلك جملة جوارات أساسية قابلة للعد مثل أسرة المجالات المفتوحة $\{]x-\frac{1}{n}, x+\frac{1}{n}[\}_{n\in N}$ 10

٢) الفضاء $\mathbb{R}$ معدود ثانٍ لأنه يمتلك قاعدة قابلة للعد هي أسرة جميع المجالات المفتوحة التي أطرافها أعداد عادية. 10

٣) يكون التطبيق f مستمراً إذا وفقط إذا كان $f(\bar{A})\subseteq\overline{f(A)}$ (حسب مبرهنة)، ويكون مغلقاً إذا وفقط إذا كان $f(\bar{A})\supseteq\overline{f(A)}$، وبالتالي يكون مستمراً ومغلقاً إذا تحققت المتراجحتان معاً، أي إذا تحققت المساواة. 10

السؤال الثالث (٢٠ علامة):

أ- لدينا $A\subseteq\bar{A}$, $A'\subseteq\bar{A}$ $\Leftarrow$ $A\cup A'\subseteq\bar{A}$

ومن جهة ثانية، إذا كانت $x\in\bar{A}$ فلدينا احتمالان:

الأول: $x\in A$ عندها $x\in A\cup A'$

الثاني: $x\notin A$ عندها $x\in A'$ وبالتالي $x\in A\cup A'$

وفي كلا الحالتين يكون $\bar{A}\subseteq A\cup A'$

من المتراجحتين ينتج المساواة المطلوبة. 8

ب- لزوم الشرط 7

كفاية الشرط 7

ج- لنأخذ تطبيقي الإسقاط:

$$\begin{cases} P_1(X) \longrightarrow X_1 \\ P_1(x_1, x_2) = x_1 \end{cases}$$

$$P_2(X) = X_2$$

$$P_2(x_1, x_2) = x_2$$

8 إن P_1 ، P_2 مستمران، والاستمرار يحافظ على الترابط، إذن $P_1(X)$ و $P_2(X)$ مجموعتان مترابطتان. وبما أن P_1 غامر وكذلك P_2، ينتج أن $P_1(X)=X_1$ و $P_2(X)=X_2$ فضاءان مترابطان.

حمص في ٢٨/٨/٢٠١٦

أ.د. طالب غريبة